

Приложение 3  
к основной профессиональной образовательной программе  
по направлению подготовки 38.05.01 Экономическая  
безопасность  
направленность (профиль) программы Экономико-правовое  
обеспечение экономической безопасности

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»  
Севастопольский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова**

**Кафедра экономики и управления**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.12.02 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Специальность 38.05.01. Экономическая безопасность**

**Специализация (профиль) программы Экономико-правовое обеспечение  
экономической безопасности**

**Уровень высшего образования Специалитет**

**Год начала подготовки 2026**

Москва - 2025

Составитель:

д.ф.м.н., профессор кафедры высшей математики  
ФГБОУ ВО РЭУ им. Г.В. Плеханова

С.В. Тихонов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры экономики и управления Севастопольского  
филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова

протокол № 9 от «20» мая 2025 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                             |              |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ.....</b>                                                                                                           | <b>4</b>     |
| Цель и задачи освоения дисциплины .....                                                                                                                     | 4            |
| Место дисциплины в структуре образовательной программы .....                                                                                                | 4            |
| Объем дисциплины и виды учебной работы.....                                                                                                                 | 4            |
| Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине .....                                                                                               | 5            |
| <b>II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>                                                                                                                      | <b>6</b>     |
| <b>III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....</b>                                                      | <b>9</b>     |
| Рекомендуемая литература .....                                                                                                                              | 9            |
| Перечень информационно-справочных систем.....                                                                                                               | 9            |
| Перечень электронно-образовательных ресурсов .....                                                                                                          | 9            |
| Перечень профессиональных баз данных .....                                                                                                                  | 9            |
| Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля) .....                                    | 9            |
| Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения ..... | 9            |
| Материально-техническое обеспечение дисциплины .....                                                                                                        | 10           |
| <b>IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>                                                                                | <b>10</b>    |
| <b>V. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.....</b>                    | <b>10</b>    |
| <b>VI. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ .....</b>                                                            | <b>.....</b> |

# I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

## Цель и задачи освоения дисциплины

Целью учебной дисциплины «Линейная алгебра» является определение основных математических понятий и построение аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач экономики.

Задачей дисциплины является ознакомление студентов с основами линейной алгебры, развитие логического и алгоритмического мышления, выработка навыков к математическому исследованию прикладных вопросов.

## Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части учебного плана.

## Объем дисциплины и виды учебной работы

Таблица 1

| Показатели объема дисциплины                                                                                            | Всего часов по формам обучения |              |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------|------------|
|                                                                                                                         | очная                          | очно-заочная | заочная    |
| Объем дисциплины в зачетных единицах                                                                                    | 4 ЗЕТ                          |              |            |
| Объем дисциплины в акад. часах                                                                                          | 144                            |              |            |
| Промежуточная аттестация:<br>форма                                                                                      | экзамен                        | -            | экзамен    |
| <b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (Контакт. часы), всего:</b>                                           | <b>82</b>                      | <b>-</b>     | <b>18</b>  |
| 1. Контактная работа на проведение занятий лекционного и семинарского типов, всего часов, в том числе:                  | 78                             | -            | 14         |
| • лекции/электронные часы                                                                                               | 36/0                           | -            | 6/0        |
| • практические занятия                                                                                                  | 42                             | -            | 8          |
| • лабораторные занятия                                                                                                  | -                              | -            | -          |
| в том числе практическая подготовка                                                                                     | -                              | -            | -          |
| 2. Индивидуальные консультации (ИК)** (заполняется при наличии по дисциплине курсовых работ/проектов)                   | -                              | -            | -          |
| 3. Контактная работа по промежуточной аттестации (Катт) (заполняется при наличии по дисциплине курсовых работ/проектов) | -                              | -            | -          |
| 4. Консультация перед экзаменом (КЭ)                                                                                    | 2                              | -            | 2          |
| 5. Контактная работа по промежуточной аттестации в период экз. сессии / сессии заочников (Каттэк)                       | 2                              | -            | 2          |
| <b>Самостоятельная работа (СР), всего:</b>                                                                              | <b>62</b>                      | <b>-</b>     | <b>126</b> |
| в том числе:                                                                                                            | -                              | -            | -          |
| • самостоятельная работа в период экз. сессии (СРэк) (заполняется при наличии экзамена по дисциплине)                   | 32                             | -            | 5          |
| • самостоятельная работа в семестре (СРс)                                                                               | 30                             | -            | 121        |

|                                                                                                                               |    |   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|----|
| в том числе, самостоятельная работа на курсовую работу <i>(заполняется при наличии по дисциплине курсовых работ/проектов)</i> | -  | - | -  |
| • изучение ЭОР                                                                                                                | 10 | - | 40 |
| • изучение онлайн-курса или его части                                                                                         | -  | - | -  |
| • выполнение индивидуального или группового проекта                                                                           | -  | - | 20 |
| • и другие виды <i>(подготовка к к/р, опросу, дискуссии, выполнение расчетно-аналит. заданий, реферата и т.д.)</i>            | 20 | - | 61 |

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Таблица 2

| Формируемые компетенции<br>(код и наименование компетенции)                                                                                                                                                                                                           | Индикаторы достижения компетенций<br>(код и наименование индикатора)                                                                                         | Результаты обучения<br>(знания, умения)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты | ОПК-1.2. Применяет статистико-математический инструментарий для постановки и решения прикладных задач с применением базовых экономико-математических моделей | <b>З-1. Знает</b> математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня.<br><b>У-1. Умеет</b> применять статистико-математический инструментарий для решения типовых экономических задач<br><b>У-2. Умеет</b> выявить проблемы, которые следует решать, на основе сравнения реальных значений контролируемых параметров с запланированными или прогнозируемыми |

## II. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### этапы формирования и критерии оценивания сформированности компетенций

Таблица 3

Очная форма обучения

| № п/п     | Наименование раздела, темы дисциплины          | Трудоемкость, академические часы |                      |                      |                         |                        |       | Индикаторы достижения компетенций | Результаты обучения<br>(знания, умения)         | Учебные задания для аудиторных занятий | Текущий контроль | Задания для творческого рейтинга (по тем(-ам)/ разделу или по всему курсу в целом) |
|-----------|------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|------------------------|-------|-----------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------|------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|           |                                                | Лекции                           | Практические занятия | Лабораторные занятия | Практическая подготовка | Самостоятельная работа | Всего |                                   |                                                 |                                        |                  |                                                                                    |
| Семестр 2 |                                                |                                  |                      |                      |                         |                        |       |                                   |                                                 |                                        |                  |                                                                                    |
| 1.        | Линейные функции, уравнения, системы уравнений | 8                                | 8                    | -                    |                         | 10                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                              |
| 2.        | Системы линейных неравенств                    | 8                                | 8                    | -                    |                         | 10                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                              |
| 3.        | Линейные операторы                             | 8                                | 9                    |                      |                         | 11                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                              |
| 4.        | Квадратичные формы                             | 8                                | 9                    |                      |                         | 11                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                              |

|  |              |           |           |  |  |           |            |  |  |  |  |  |
|--|--------------|-----------|-----------|--|--|-----------|------------|--|--|--|--|--|
|  | <b>Итого</b> | <b>32</b> | <b>34</b> |  |  | <b>42</b> | <b>140</b> |  |  |  |  |  |
|--|--------------|-----------|-----------|--|--|-----------|------------|--|--|--|--|--|

Заочная форма обучения

| № п/п     | Наименование раздела, темы дисциплины          | Трудоемкость, академические часы |                      |                      |                         |                        |       | Индикаторы достижения компетенций | Результаты обучения<br>(знания, умения)         | Учебные задания для аудиторных занятий | Текущий контроль | Задания для творческого рейтинга (по теме(-ам)/ разделу или по всему курсу в целом) |
|-----------|------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|------------------------|-------|-----------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|           |                                                | Лекции                           | Практические занятия | Лабораторные занятия | Практическая подготовка | Самостоятельная работа | Всего |                                   |                                                 |                                        |                  |                                                                                     |
| Семестр 2 |                                                |                                  |                      |                      |                         |                        |       |                                   |                                                 |                                        |                  |                                                                                     |
| 1.        | Линейные функции, уравнения, системы уравнений | 2                                | 2                    | -                    |                         | 30                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                               |
| 2.        | Системы линейных неравенств                    | 2                                | 2                    | -                    |                         | 30                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                               |
| 3.        | Линейные операторы                             | 1                                | 2                    |                      |                         | 30                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                               |
| 4.        | Квадратичные формы                             | 1                                | 2                    |                      |                         | 31                     | 35    | ОПК-1.2.                          | ОПК-1.2. 3-1.<br>ОПК-1.2. У-1.<br>ОПК-1.2. У-2. | О.                                     | К/р              | Ин.п.                                                                               |
|           | Итого                                          | 6                                | 8                    |                      |                         | 121                    | 140   |                                   |                                                 |                                        |                  |                                                                                     |

**Формы учебных заданий на аудиторных занятиях:**

*Опрос (О.)*

**Формы текущего контроля:**

*Контрольная работа (К/р)*

**Формы заданий для творческого рейтинга:**

*Индивидуальный проект (Ин.п.)*

### **III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ, ИНФОРМАЦИОННОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

##### **Основная литература:**

1. Ринчино, А. Л., Линейная алгебра: учебное пособие / А. Л. Ринчино. — Москва : КноРус, 2024. — 367 с. — ISBN 978-5-406-11922-8. — URL: <https://book.ru/book/951074>
2. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра : учебное пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2024. - 75 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2150058>. – Режим доступа: по подписке.

##### **Дополнительная литература:**

1. Крылов, В. Е., Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник / В. Е. Крылов. — Москва : КноРус, 2024. — 203 с. — ISBN 978-5-406-12232-7. — URL: <https://book.ru/book/951711>
2. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1907364>
3. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 352 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010206-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1981598>

##### **Нормативные правовые документы:**

В рамках изучения дисциплины «Линейная алгебра» не используются.

#### **ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ**

1. Справочно-правовая система "Система Гарант" Режим доступа: <http://www.garant.ru>
2. Справочно-правовая система "КонсультантПлюс" Режим доступа: <http://www.consultant.ru>

#### **ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕКТРОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ**

1. Остапенко И.Н. «Линейная алгебра», (электронный образовательный ресурс, размещённый в ЭИОС Севастопольского филиала РЭУ им. Г.В. Плеханова) <http://edu.sev-reu.ru/>.

#### **ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ**

1. Базы данных Росстата - Федеральная служба государственной статистики Режим доступа: <http://www.gks.ru>
2. Базы данных Крымстата – Управление Федеральной службы государственной статистики по Республике Крым и г. Севастополю Режим доступа: <http://crimea.gks.ru>

#### **ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> - Международный научно-образовательный сайт.
2. <http://ru.wikipedia.org>- свободная энциклопедия.
3. <http://mathhelpplanet.com/static.php>- математический форум.
4. <http://www.statsoft.ru/home/textbook/> - электронный учебник по статистике.
5. <http://old.exponenta.ru/> - образовательный математический сайт

## **ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

Операционная система Windows 10, Microsoft Office Professional Plus: 2019 год (MS Word, MS Excel, MS Power Point, MS Access)

Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite Комплексная защита

Браузер Яндекс

## **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «*Линейная алгебра*» обеспечена:

для проведения занятий лекционного типа:

- учебной аудиторией, оборудованной учебной мебелью, мультимедийными средствами обучения для демонстрации лекций-презентаций;

для проведения занятий семинарского типа:

- учебной аудиторией, оборудованной учебной мебелью и техническими средствами для представления учебной информации студентам;

для самостоятельной работы:

- помещением для самостоятельной работы, оснащенным компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде Филиала.

## **IV. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

- Методические рекомендации по организации и выполнению внеаудиторной самостоятельной работы.

## **V. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации формируют рейтинговую оценку работы обучающегося. Распределение баллов при формировании рейтинговой оценки работы обучающегося осуществляется в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний обучающихся в процессе освоения дисциплины «*Линейная алгебра*» в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова».

Таблица 4

| <b>Виды работ</b>                                 | <b>Максимальное количество баллов</b> |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------|
| Выполнение учебных заданий на аудиторных занятиях | 20                                    |
| Текущий контроль                                  | 20                                    |
| Творческий рейтинг                                | 20                                    |
| Промежуточная аттестация (экзамен)                | 40                                    |
| <b>ИТОГО</b>                                      | <b>100</b>                            |

В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки успеваемости и качества знаний обучающихся «преподаватель кафедры, непосредственно ведущий занятия с академической группой, обязан проинформировать группу о распределении рейтинговых баллов по всем видам работ на первом занятии учебного модуля (семестра), количестве модулей по дисциплине, сроках и формах контроля их освоения, форме промежуточной аттестации, снижении баллов за несвоевременное выполнение выданных заданий. Обучающиеся в течение

учебного модуля (семестра) получают информацию о текущем количестве набранных по дисциплине баллов через личный кабинет обучающегося».

## **VI. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ<sup>1</sup>**

Оценочные материалы по дисциплине разработаны в соответствии с Положением об оценочных материалах в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова».

### ***Тематика курсовых работ/проектов***

Курсовая работа/проект по дисциплине «Линейная алгебра» учебным планом не предусмотрена

### ***Типовой перечень вопросов к экзамену:***

1. Матрицы. Линейные операции над ними.
2. Определитель. Свойства определителей.
3. Системы линейных уравнений. Основные определения понятия.
4. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы. Решение матричных уравнений.
5. Решение систем линейных уравнений с помощью метода Крамера.
6. Понятие ранга матрицы. Решение системы линейных уравнений методом Кронекера-Капелли.
7. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и с использованием преобразований Жордана – Гаусса.
8. Модель межотраслевого баланса Леонтьева. Модель равновесных цен.
9. Определение n-мерного вектора. Линейные операции над n-мерными векторами и их свойства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора, угол между векторами, условия перпендикулярности и коллинеарности векторов.
10. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов. Свойства этих понятий. Базис системы векторов. Единственность разложения вектора по базису. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов. Алгоритм нахождения базиса.
11. Уравнение прямой на плоскости: через две точки; общее уравнение; параметрическое и каноническое; нормальное; в отрезках; с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
12. Уравнение плоскости. Различные виды уравнений. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями.
13. Уравнение прямой в пространстве. Различные виды уравнений. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
14. Собственные числа и вектора. Свойства собственных векторов. Основные определения. Модель международной торговли
15. Квадратичная форма: её стандартный вид; изменение при невырожденном линейном преобразовании; канонический вид. Знакоопределённая квадратичная форма (критерий Сильвестра)
16. Виды кривых (окружность, эллипс, парабола, гипербола). Фокальные свойства кривых. Приведение общего уравнения линии второго порядка к простейшему виду. Инвариантность выражения  $AC-B^2$ . Классификация линий второго порядка.
17. Действия над матрицами и их свойства. Определение обратной матрицы и ее свойства. Единственность обратной матрицы.

---

<sup>1</sup> В данном разделе приводятся примеры оценочных материалов

18. Определение определителя произвольного порядка. Правило знаков. Равноправие строк и столбцов. Определитель треугольной матрицы.
19. Свойства определителя.
20. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Свойство ортогональности. Взаимная матрица. Формула обратной матрицы.
21. Определение векторного пространства над полем. Примеры векторных пространств. Простейшие свойства векторного пространства.
22. Системы векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов и простейшие теоремы о них (необходимые и достаточные условия линейной зависимости или независимости).
23. Порождающие системы векторов. Определение конечномерного векторного пространства. Минимальная порождающая система и максимальная линейно независимая система векторов. Четыре определения базиса векторного пространства и теорема об их равносильности.
24. Линейная оболочка системы векторов. Лемма о линейной зависимости системы ненулевых векторов. Теорема о числе векторов в линейно независимой и в порождающей системах векторов и ее следствие. Размерность векторного пространства.
25. Теорема о дополнении линейно независимой системы векторов до базиса. Координаты вектора. Действия с векторами в координатной форме.
26. Матрица перехода и ее свойства. Изменение координат вектора при изменении базиса. Формулы преобразования координат вектора при переходе к новому базису.
27. Определение векторного подпространства и примеры. Свойства линейной оболочки (теорема о размерности линейной оболочки). Теорема о размерности подпространства конечномерного векторного пространства.
28. Сумма и пересечение векторных подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечении векторных подпространств. Три определения прямой суммы векторных подпространств.
29. Определение и примеры линейных отображений векторных подпространств. Простейшие свойства линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения.
30. Матрица линейного отображения и ее изменение при изменении базисов векторных пространств. Матрица линейного оператора и ее изменение при изменении базиса векторного пространства.
31. Максимальная линейно независимая подсистема данной системы векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге системы векторов. Элементарные преобразования системы векторов. Теорема об элементарных преобразованиях системы векторов.
32. Ранг матрицы. Лемма о линейной зависимости строк и столбцов матрицы и ее следствие. Теорема о ранге матрицы. Применение к нахождению базиса линейной оболочки системы векторов.
33. Системы линейных уравнений и их классификация по количеству решений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Матричная и векторная формы записи систем линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
34. Теорема о размерности пространства решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Общее решение однородной системы линейных уравнений.
35. Теорема о структуре множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
36. Необходимые и достаточные условия определенности произвольной и квадратной систем линейных уравнений.
37. Билинейная форма и ее общий вид. Матрица билинейной формы и ее изменение при изменении базиса.

38. Квадратичная форма и полярная ей билинейная форма. Общий вид квадратичной формы и ее матрица. Преобразование переменных квадратичной формы. Эквивалентность квадратичных форм. Канонический вид квадратичных форм. Теорема Якоби.
39. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Сигнатура вещественных квадратичных форм. Закон инерции. Нормальный вид квадратичных форм.
40. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Диагонализируемость линейного оператора. Первый необходимый и достаточный признак диагонализируемости линейного оператора. Теорема о собственных значениях линейного оператора.
41. Характеристический многочлен линейного оператора и его свойства. Достаточный признак диагонализируемости линейного оператора. Второй необходимый и достаточный признак диагонализируемости линейного оператора.
42. Скалярное произведение в вещественном векторном пространстве. Матрица Грама. Ортонормированный базис и теорема о его существовании.
43. Модуль вектора и неравенство Коши - Буняковского. Неравенство треугольника.
44. Ортогональные матрицы и их свойства. Матрица перехода от ортонормированного базиса к ортонормированному.
45. Подпространства евклидова пространства. Ортогональное дополнение. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
46. Самосопряженный линейный оператор в евклидовом пространстве и его матрица относительно ортонормированного базиса.
47. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного линейного оператора.
48. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного линейного оператора и ее следствия. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием ее переменных.

**Практические задания к экзамену:**

**Задача 1.** Найти результат линейной комбинации  $D = 5(A^T \cdot B) + C^2$

Исходные данные:  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = (3 \ 2 \ 1)$

**Задача 2.** Найти определитель матрицы третьего порядка

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

**Пример вопросов для опроса**

1. Перестановки.
2. Определитель, свойства определителя.
3. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
4. Разложение определителя по строке (столбцу). Определитель произведения матриц.
5. Обратная матрица. Критерий обратимости.
6. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
7. Ранг матрицы и линейная зависимость её строк (и столбцов).
8. Ранг произведения матриц. Инвариантность ранга относительно элементарных преобразований.
9. Системы линейных алгебраических уравнений с квадратной невырожденной матрицей. Правило Крамера.
10. Критерий совместности и определённости системы линейных алгебраических уравнений.

**Пример заданий для контрольной работы****Задание 1.** Найти определитель матрицы (A) второго порядка.

| Вариант | A                                                  | Вариант | A                                                  |
|---------|----------------------------------------------------|---------|----------------------------------------------------|
| 1       | $\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}$    | 16      | $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -7 \end{vmatrix}$   |
| 2       | $\begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 11 & -22 \end{vmatrix}$  | 17      | $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$   |
| 3       | $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 10 & 3 \end{vmatrix}$   | 18      | $\begin{vmatrix} -4 & 15 \\ 3 & -12 \end{vmatrix}$ |
| 4       | $\begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 12 & -2 \end{vmatrix}$  | 19      | $\begin{vmatrix} -2 & -7 \\ 15 & 4 \end{vmatrix}$  |
| 5       | $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$    | 20      | $\begin{vmatrix} 15 & 6 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$   |
| 6       | $\begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$   | 21      | $\begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}$    |
| 7       | $\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 12 & 3 \end{vmatrix}$   | 22      | $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}$  |
| 8       | $\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$  | 23      | $\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -9 & -7 \end{vmatrix}$   |
| 9       | $\begin{vmatrix} -7 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}$   | 24      | $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -6 & -8 \end{vmatrix}$   |
| 10      | $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}$   | 25      | $\begin{vmatrix} -6 & 4 \\ 11 & -2 \end{vmatrix}$  |
| 11      | $\begin{vmatrix} 6 & -8 \\ 3 & 15 \end{vmatrix}$   | 26      | $\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ -3 & 8 \end{vmatrix}$   |
| 12      | $\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ -8 & -14 \end{vmatrix}$  | 27      | $\begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -6 & 9 \end{vmatrix}$  |
| 13      | $\begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 11 & -2 \end{vmatrix}$ | 28      | $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 3 & -8 \end{vmatrix}$   |
| 14      | $\begin{vmatrix} -6 & 12 \\ 8 & 2 \end{vmatrix}$   | 29      | $\begin{vmatrix} -5 & -6 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$   |
| 15      | $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$   | 30      | $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -8 & -7 \end{vmatrix}$   |

**Задание 2.** Найти определитель матрицы (B) третьего порядка следующими способами:

- 1) разложением по первой строке,
- 2) разложением по второму столбцу,
- 3) по правилу треугольника,
- 4) по правилу Саррюса.

| Вариант | A                                                                           | Вариант | A                                                                   |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------|
| 1       | $\begin{vmatrix} 5 & 1 & -16 \\ -4 & -2 & 13 \\ 8 & -4 & -23 \end{vmatrix}$ | 16      | $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 1 \\ 7 & 8 & 0 \end{vmatrix}$ |

| Вариант | А                                                                          | Вариант | А                                                                      |
|---------|----------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------|
| 2       | $\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -6 & 3 & 22 \\ 4 & -11 & -3 \end{vmatrix}$ | 17      | $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 7 & 6 & 1 \\ 8 & 9 & 0 \end{vmatrix}$    |
| 3       | $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 \end{vmatrix}$       | 18      | $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$   |
| 4       | $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 \end{vmatrix}$      | 19      | $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 3 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$   |
| 5       | $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{vmatrix}$     | 20      | $\begin{vmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 4 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$   |
| 6       | $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & -1 \end{vmatrix}$       | 21      | $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$    |
| 7       | $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 6 \\ 1 & 7 & -1 \end{vmatrix}$       | 22      | $\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$   |
| 8       | $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 7 \\ 1 & 8 & -1 \end{vmatrix}$       | 23      | $\begin{vmatrix} 9 & 4 & 6 \\ 5 & 1 & 7 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$   |
| 9       | $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 6 \end{vmatrix}$        | 24      | $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 6 \end{vmatrix}$    |
| 10      | $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 7 \end{vmatrix}$        | 25      | $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 6 & 1 & 7 \end{vmatrix}$    |
| 11      | $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 6 \\ 7 & 4 & 8 \end{vmatrix}$        | 26      | $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 1 & 5 & 1 \\ 7 & 1 & 8 \end{vmatrix}$    |
| 12      | $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 6 & -1 \\ 4 & 3 & 7 \end{vmatrix}$      | 27      | $\begin{vmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ |
| 13      | $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 8 \end{vmatrix}$      | 28      | $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 6 & 3 \end{vmatrix}$ |

| Вариант | А                                                                     | Вариант | А                                                                      |
|---------|-----------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------|
| 14      | $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & -1 \\ 6 & 5 & 9 \end{vmatrix}$ | 29      | $\begin{vmatrix} -1 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & 7 & 4 \end{vmatrix}$ |
| 15      | $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 0 \end{vmatrix}$   | 30      | $\begin{vmatrix} -1 & 6 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$  |

**Примерная тематика индивидуальных проектов**

1. Системы линейных уравнений.
  2. Прямоугольные матрицы.
  3. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду.
  4. Метод Гаусса
  5. Линейная зависимость строк (столбцов).
  6. Основная лемма о линейной зависимости, база и ранг системы строк (столбцов).
  7. Ранг матрицы.
  8. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц.
  9. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
- Определитель квадратной матрицы, его основные свойства

**Типовая структура экзаменационного билета**

| Наименование        | Максимальное количество баллов |
|---------------------|--------------------------------|
| Тестовое задание 1  | 4                              |
| Тестовое задание 2  | 4                              |
| Тестовое задание 3  | 4                              |
| Тестовое задание 4  | 4                              |
| Тестовое задание 5  | 4                              |
| Тестовое задание 6  | 4                              |
| Тестовое задание 7  | 4                              |
| Тестовое задание 8  | 4                              |
| Тестовое задание 9  | 4                              |
| Тестовое задание 10 | 4                              |

**Показатели и критерии оценивания планируемых результатов освоения компетенций и результатов обучения, шкала оценивания**

Таблица 5

| Шкала оценивания |                                   | Формируемые компетенции                                                                                                                                                                                                                                               | Индикатор достижения компетенции                                                                                                                             | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Уровень освоения компетенций |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 85 – 100 баллов  | «отлично»/<br>«зачтено»           | ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты | ОПК-1.2. Применяет статистико-математический инструментарий для постановки и решения прикладных задач с применением базовых экономико-математических моделей | <b>Знает верно и в полном объеме:</b><br>З-1. математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня.<br><b>Умеет верно и в полном объеме:</b><br>У-1. применять статистико-математический инструментарий для решения типовых экономических задач<br>У-2. выявить проблемы, которые следует решать, на основе сравнения реальных значений контролируемых параметров с запланированными или прогнозируемыми             | Продвинутый                  |
| 70 – 84 баллов   | «хорошо»/<br>«зачтено»            | ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты | ОПК-1.2. Применяет статистико-математический инструментарий для постановки и решения прикладных задач с применением базовых экономико-математических моделей | <b>Знает с незначительными замечаниями:</b><br>З-1. математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня.<br><b>Умеет с незначительными замечаниями:</b><br>У-1. применять статистико-математический инструментарий для решения типовых экономических задач<br>У-2. выявить проблемы, которые следует решать, на основе сравнения реальных значений контролируемых параметров с запланированными или прогнозируемыми | Повышенный                   |
| 50 – 69 баллов   | «удовлетворительно»/<br>«зачтено» | ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач,                                                        | ОПК-1.2. Применяет статистико-математический инструментарий для постановки и решения прикладных задач с применением базовых экономико-математических моделей | <b>Знает на базовом уровне, с ошибками:</b><br>З-1. математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня.<br><b>Умеет на базовом уровне, с ошибками:</b><br>У-1. применять статистико-математический инструментарий для решения типовых экономических                                                                                                                                                                | Базовый                      |

|                 |                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                    |
|-----------------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
|                 |                                        | анализировать и интерпретировать полученные результаты                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                              | задач<br>У-2. выявить проблемы, которые следует решать, на основе сравнения реальных значений контролируемых параметров с запланированными или прогнозируемыми                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                    |
| менее 50 баллов | «неудовлетворительно»/<br>«не зачтено» | ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты | ОПК-1.2. Применяет статистико-математический инструментарий для постановки и решения прикладных задач с применением базовых экономико-математических моделей | <b>Не знает на базовом уровне:</b><br>З-1. математический аппарат, применяемый для построения теоретических моделей, описывающих экономические явления и процессы макро- и микроуровня.<br><b>Не умеет на базовом уровне:</b><br>У-1. применять статистико-математический инструментарий для решения типовых экономических задач<br>У-2. выявить проблемы, которые следует решать, на основе сравнения реальных значений контролируемых параметров с запланированными или прогнозируемыми | <b>Компетенции не сформированы</b> |